Domorama

Teoría de la geodesia

Una esfera geodésica es aquella que está formada por un poliedro que ha tomado como base un icosaedro o dodecaedro. En palabras simples, una esfera geodésica es aquella formada por triángulos cuyos vértices tocan la superficie de la esfera.

Los triángulos que forman la esfera pueden ser de distintos tipos (equiláteros, escalenos e isósceles), y esto dependerá de la frecuencia de la esfera, definición que revisaremos más adelante. Las aristas que componen los triángulos están directamente relacionadas al radio de la esfera, y dicha relación es generada por los factores de coordenadas.

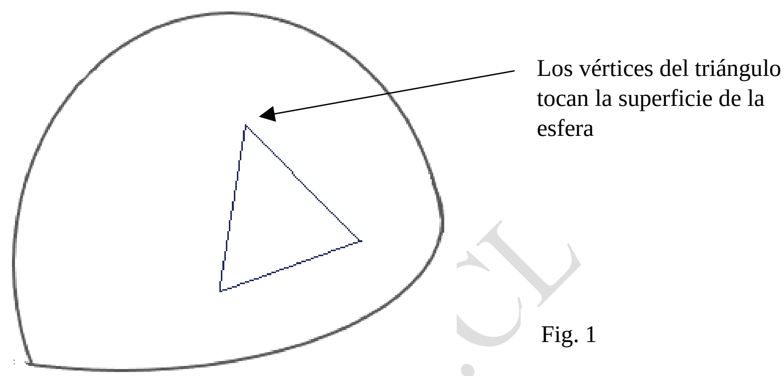


Fig. 1

Factores de Coordenadas (*fc*)

Los Factores de Coordenada, o Chord Factor (su nombre en inglés), permiten obtener el valor de las distintas aristas de los triángulos que componen un domo geodésico. Esto se logra en función del radio de la esfera, es decir, al multiplicar el factor por el radio obtenemos la medida de la arista del triángulo.

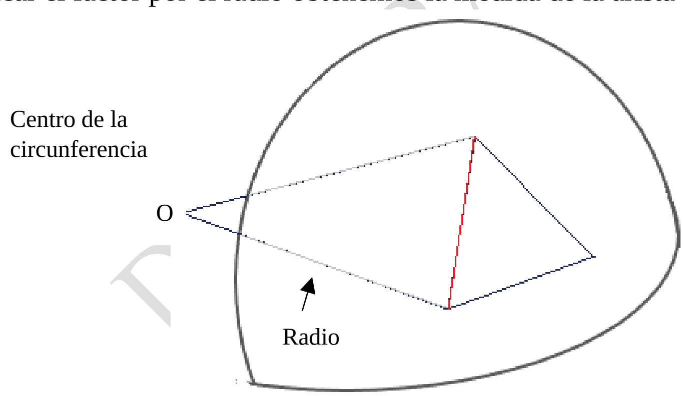


Fig. 2

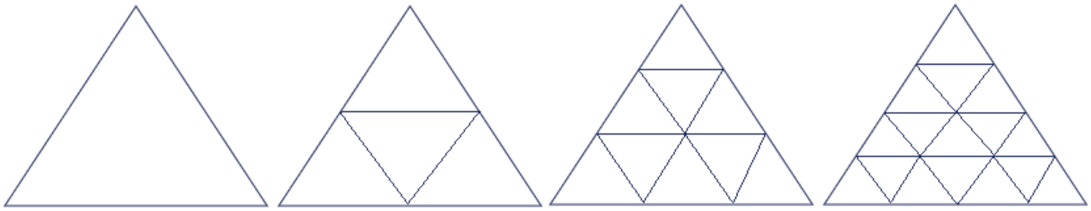
Como se observa en la fig. 2, los extremos de cada arista tocan la superficie de la esfera. Cuando esto ocurre, podemos calcular el largo de esta conociendo el radio (r) de la esfera y multiplicando este por el *fc* correspondiente. Entonces tenemos que:

Largo Arista = Radio x fc

Pero, ¿Cómo saber cuál es el *fc* de cada arista? Esto dependerá de la frecuencia (cantidad de subdivisiones de un triángulo, lo veremos a continuación) de cada domo. Así, encontramos distintos *fc* que generarán distintas medidas de aristas y, por consecuencia, también diferentes tipos de triángulos.

Entonces, antes de conocer cómo se calculan los *fc* debemos aprender qué son las frecuencias.

La frecuencia de la esfera corresponde a la cantidad de subdivisiones que tiene la arista del triángulo que la compone. A continuación, se muestra en el siguiente dibujo (fig. 3) distintos tipos de frecuencia.



3.1 3.2 3.3 3.4 Fig. 3

Como pueden ver, la frecuencia 1 es el triángulo original, sin ningún tipo de división. Luego, si divido la arista por la mitad puedo formar más triángulos (4) al unir los puntos medios. Esto corresponde a la frecuencia 2 porque la arista se dividió en dos nuevas secciones. Si divido la arista en 3 (fig. 3.3), corresponde a la frecuencia 3, y así sucesivamente.

Dado lo anterior, definimos la frecuencia de la esfera como la cantidad de subdivisiones que tengan las aristas y con lo cual forman más triángulos dentro del triángulo original que forma la esfera. Mientras mayor es la frecuencia, más perfecta será la curvatura de la esfera.

FC para frecuencia 1

Podemos decir que para esta frecuencia no hay subdivisiones del triángulo principal, y este tipo de triángulo se forma al unir los vértices de un icosaedro circunscrito en una esfera.fig.4

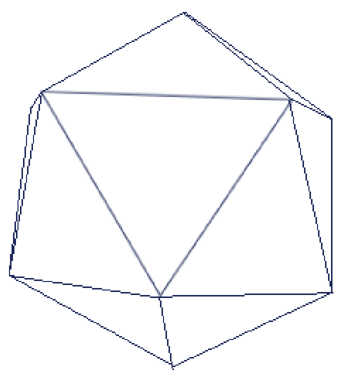


Fig. 4

El icosaedro está formado en su interior por tres rectángulos áureos iguales, como se ve en la figura 5.

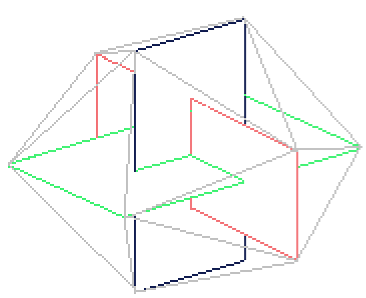


Fig. 5

Al unir los vértices de los rectángulos se forman los triángulos que representan las caras del icosaedro. Estos triángulos son todos equiláteros.

La diagonal de los rectángulos corresponde al diámetro de la esfera en la cual está circunscrito el rectángulo. Esta relación será de gran utilidad para calcular el *fc*.

Los rectángulos además son áureos, es decir, que el lado más largo y el lado más corto están en una proporción áurea. Pero para entender mejor esta proporción, construiremos un rectángulo áureo a modo de ejemplo.

a) El punto de partida será el cuadrado ABCD (fig. 6)

b) Buscaremos el punto medio del segmento AB y lo definiremos como M. Este punto será el centro de la circunferencia de radio MC, la cual tiene centro M y corta la proyección del eje AB en el punto E. (fig. 7)

c) Encontrando el punto E, ahora podemos formar el rectángulo áureo AEFD. (fig. 8)

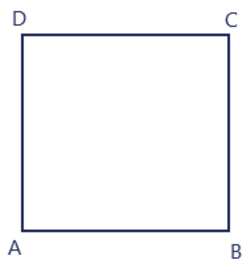


Fig. 6

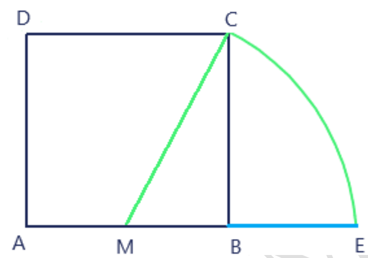


Fig. 7

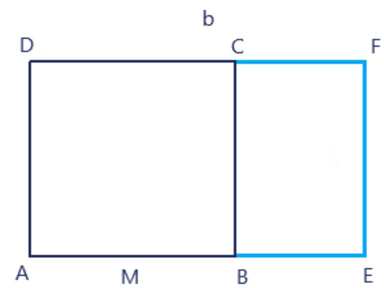


Fig. 8

Con el rectángulo áureo construido, debemos encontrar el valor de la diagonal del rectángulo. Recuerden que esta corresponde al diámetro de la circunferencia.

De la figura 8 podemos deducir que: $MC = ME = \sqrt[2]{a^2 + (\frac{a}{2})^2}$

Reduciendo términos llegamos a que: $MC = ME = \frac{a}{2} * \sqrt{5}$

Luego $b = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} * \sqrt{5}$

$$b = \frac{a(1 + \sqrt{5})}{2}$$

Con esto, nos queda el lado "b" del rectángulo en función de "a". Ahora, aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la diagonal del rectángulo AF:

$$AF = \sqrt[2]{a^2 + (\frac{a(1 + \sqrt{5}}{2})^2}$$

Resolviendo la ecuación llegamos a que:

AF = 1,9021130 * a

Es decir, la diagonal (AF), que es igual al diámetro, es 1,9021130 veces "a" y el lado "a" coincide con la arista de uno de los triángulos que componen el icosaedro (ver fig. 5), por lo tanto, ya tenemos relacionada la arista del triángulo con la medida del diámetro. Pero lo que a nosotros nos importa es relacionar el radio(r) con la arista, por lo que:

$$\frac{AF}{2} = \frac{1{,}9021130 \, * \, \mathrm{a}}{2} = r$$

r = 059951056516 * a

a = 1,051462231 * r

Es decir, la medida de la arista de los triángulos que componen el icosaedro inscrito en la circunferencia corresponde a multiplicar el radio de la circunferencia por 1,051462231. Este es nuestro primer *fc* (factor de coordenadas).

Fc para frecuencia 2

Para generar una esfera de frecuencia 2, debemos tomar el triángulo principal que formó el icosaedro y subdividirlo, como muestra la figura 9.

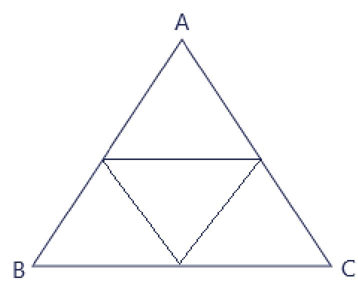


Fig. 9

Recordemos que el triángulo anterior toca en sus vértices a la esfera, es decir, los puntos A, B y C están tocando la superficie de la esfera como se ve en la figura 10.

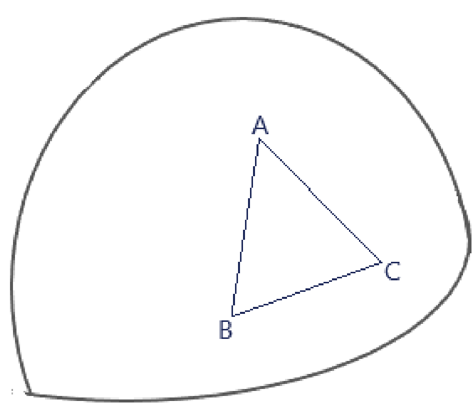


Fig. 10

Pero este triángulo fue dividido en el punto medio de sus aristas que se encuentran representados por las letras D, E y F como se ve en la figura 11.

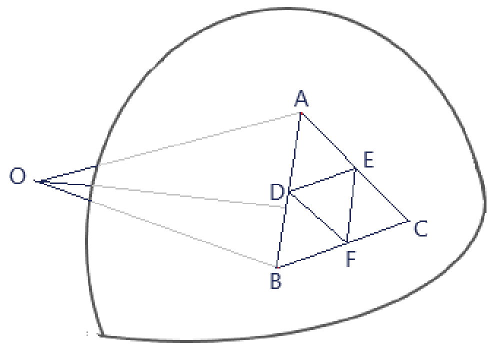


Fig. 11

Ahora que ya tenemos subdividido el triángulo ABC. Hemos obtenido 4 triángulos nuevos, pero no todos los vértices de estos triángulos tocan la superficie de la esfera. Por ejemplo, del triángulo ADE solo A toca la superficie; del triángulo CEF solo el punto C; del triángulo BDF solo el vértice B; y del triángulo DEF ningún punto toca la superficie. El problema es que debemos conseguir que todos los puntos toquen la superficie de la esfera. Para esto, imaginemos que podemos empujar los puntos DEF. Imaginemos también que empujamos el punto D, haciendo fuerza desde el centro de la esfera hasta que el punto toque la superficie de esta (figura 12).

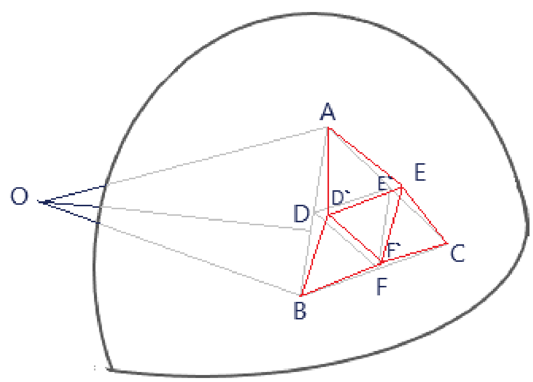


Fig. 12

Al punto D proyectado y que toca la superficie lo llamaremos D'. Haremos lo mismo para los puntos E y F, obteniendo los puntos E' y F', los cuales tocan la superficie de la esfera. Ahora los vértices de los 4 triángulos tocan la superficie de la esfera.

Hemos pasado entonces, de un triángulo base (frecuencia 1) a un triángulo con mayor frecuencia (frecuencia 2), subdividiendo las aristas del triángulo con frecuencia 1, lo que en la práctica se vería reflejado en la esfera de la siguiente manera:

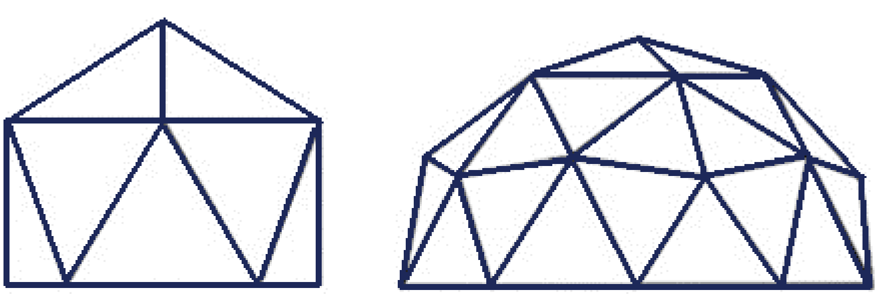


Fig. 13

Podemos deducir de la observación que mientras mayor sea la frecuencia, menos pronunciada y más “suave” será la curvatura del domo. Ahora debemos calcular los factores de coordenada para estas nuevas aristas.

De la figura 12, podemos observar que el segmento OD' representa el radio de la esfera, al igual que los segmentos OA y OB. Además, sabemos que el segmento AB corresponde a la arista del triángulo base (frecuencia 1), y que esta tenía un valor de 1,05146222, el cual dedujimos anteriormente.

RECUERDEN QUE TODOS LOS CÁLCULOS LOS ESTAMOS REALIZANDO CON EL SUPUESTO DE QUE EL RADIO ES IGUAL A 1.

Sabemos también que el segmento DA es igual a: AB/2 => DP=1,05146222/2 = 0,52573111

Pero debemos buscar el valor de AD’. Entonces, utilizando el teorema de Pitágoras:

$OA^2 = OD^2 + DA^2$

Sabemos que DA = 0,52573111; y que OA = 1

$$1^2 = OD^2 + 0{,}52573111^2$$
$$OD^2 = 1 - 0{,}2763932$$
$$OD^2 = 0{,}72360679$$
$$OD = \sqrt[2]{0{,}72360679}$$
$$OD = 0{,}850650803$$

Ahora buscamos el valor de DD' que es igual a: 1 (radio) - 0,850650803 = 0,14934919

Conocidos los lados DD' y DA podemos obtener el lado D'A aplicando, nuevamente, el teorema de Pitágoras:

$$D'A^2 = DD'^2 + DA^2$$
$$D'A^2 = 0{,}14934919^2 + 0{,}52573111^2$$
$$D'A^2 = 0{,}29869838$$
$$D'A = \sqrt[2]{0{,}29869838}$$
$$D'A = 0{,}546533055$$

Este es el primer factor de coordenadas.

Para la frecuencia 1 teníamos un triángulo base equilátero y por eso solo buscamos un factor de coordenadas, ya que sus aristas son todas iguales. Pero, al subdividir este triángulo y, por tanto, llevarlo a frecuencia 2, obtuvimos 4 triángulos y dos medidas de aristas distintas, como se ve en la figura 14.

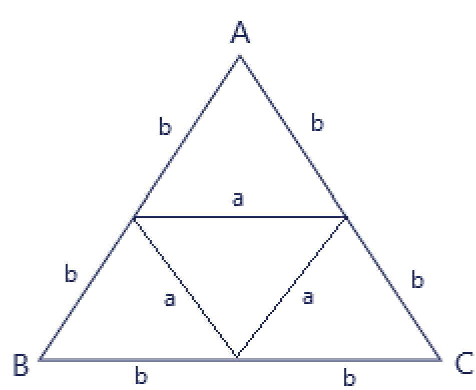


Fig. 14

El factor de coordenadas que acabamos de encontrar corresponde a la arista “b”. Ahora debemos encontrar el factor de coordenadas de la arista “a”.

Tomaremos el triángulo ABC que estaba circunscrito en la esfera tocando con sus vértices la superficie de esta (fig. 10), pero lo miraremos con la perspectiva de la siguiente figura:

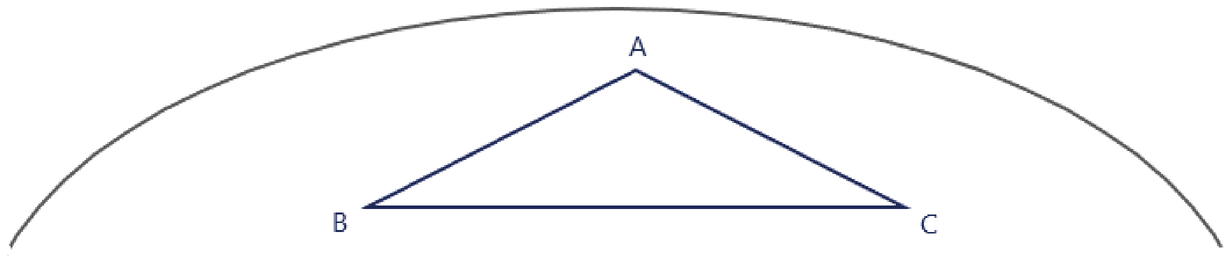


Fig. 15

Recuerden que buscamos los puntos medios de las aristas de este triángulo, y los uniremos creando 4 triángulos.

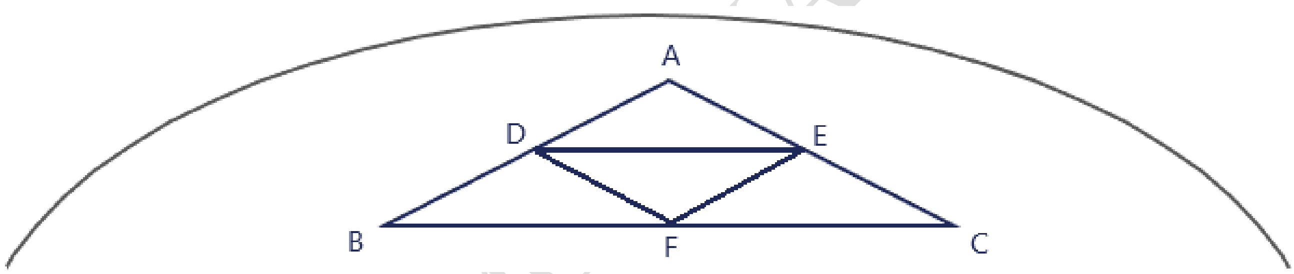


Fig. 16

Proyectamos el punto D y el punto E hasta que toquen la superficie de la esfera (esto lo hicimos anteriormente con el punto D, encontrando el punto D' que nos sirvió para calcular el factor de coordenadas de la arista “b”). La proyección del punto D y del punto E en donde tocan la esfera los llamaremos D' y E' respectivamente.

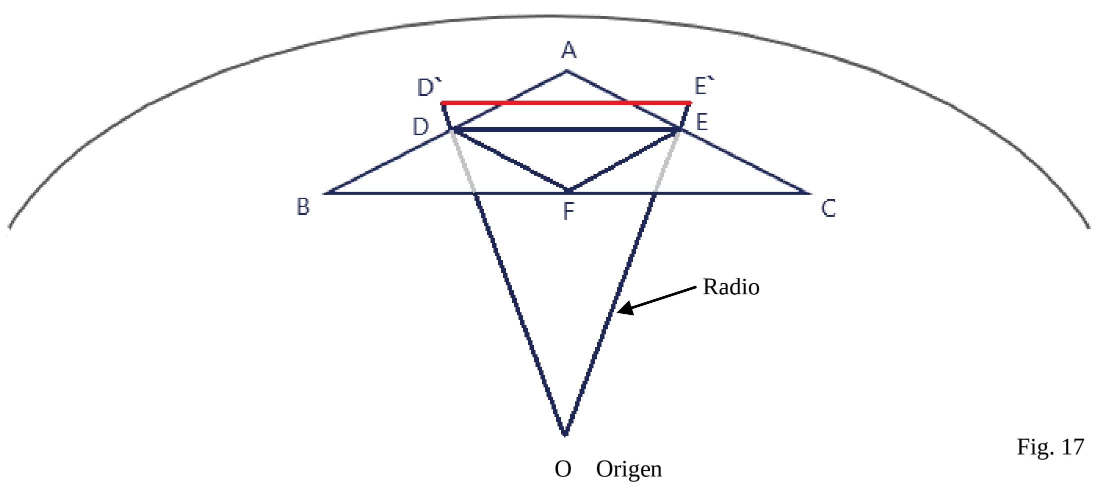


Fig. 17

Sabemos que DE es igual a BC/2. Por lo tanto, DE = 0,52573111 (BC = 1,051462231. Este valor se obtuvo cuando calculamos el valor de la arista para el triángulo original, es decir con frecuencia 1).

También sabemos que:
OD' = OE' = radio = 1

OD = OE = 0,850650803
(este valor lo obtuvimos cuando calculamos el factor de coordenadas del lado b).

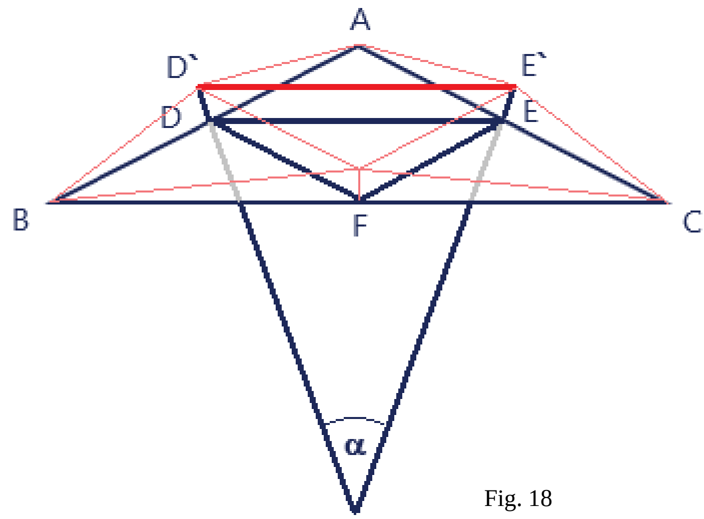


Fig. 18

Al conocer las medidas de las aristas del triángulo ODE podemos encontrar el ángulo α aplicando la ley del Coseno.

$$\alpha = cos^{-1}\left[\frac{DE^2 - OD^2 - OE^2}{2 * OD * OE}\right]$$

$$\alpha = 36°$$

Conocido el ángulo, aplicamos la siguiente fórmula:

$$fc = 2sen(\text{ángulo opuesto}/2)$$

Y queremos encontrar el *fc* para el segmento D'E'. Entonces:

fc = 2sen (36/2) = 0,61803399

El *fc* para el segmento D'E', el cual corresponde a la arista "a" del triángulo de la figura 14, es 0,61803399.

Finalmente, los *fc* para las aristas de los triángulos de esfera frecuencia 2 serán:

fc a: 0,61803399
fc b: 0,546533055

En resumen, si quisiera construir un domo geodésico de frecuencia 2, necesitaría 2 tipos de triángulos: aaa y abb (figura 14), y las medidas de sus lados serán el resultado de multiplicar los *fc* de cada una por el radio.

FC para frecuencia 3

Consideraremos el triángulo inicial ABC (figura 9), pero esta vez divido en 3 secciones desde la base, a igual distancia.

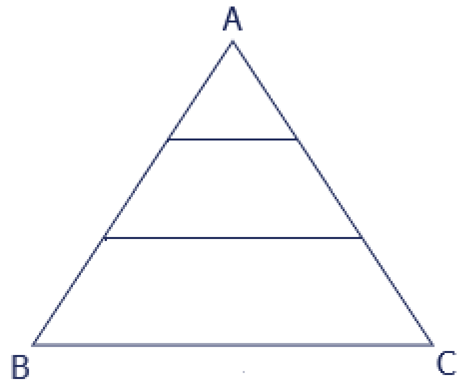


Fig. 19

Y luego generaremos los triángulos como se ve en la figura.

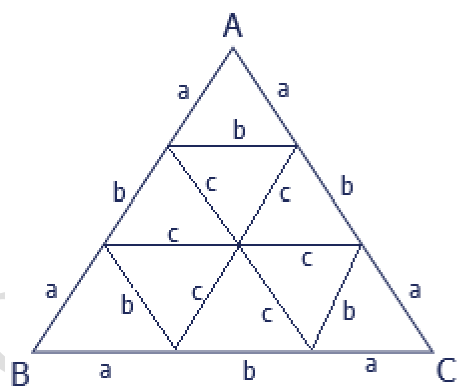


Fig. 20

Proyectaremos este nuevo triángulo en la esfera y luego nombramos los vértices de los triángulos formados. Recuerden que los puntos ABC del triángulo tocan la superficie de esta.

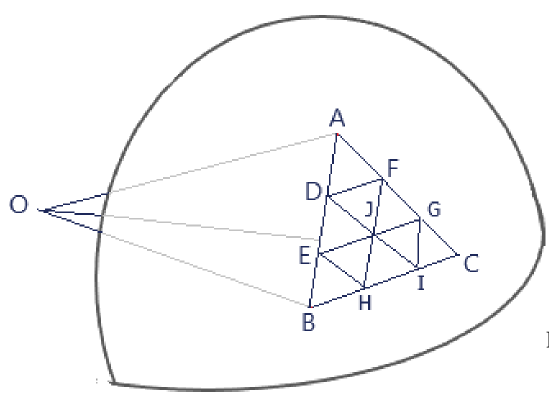


Fig. 21

Luego, al igual que el caso anterior, imaginamos empujar los nuevos vértices de los triángulos hasta que toquen la superficie de la esfera, generamos así los puntos: D’, E’, F’, G’, H’, J’ e I’.

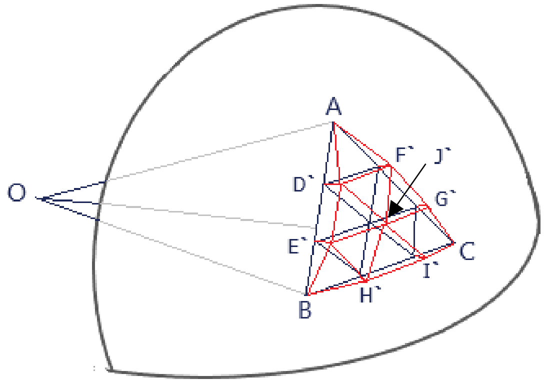


Fig. 22

De la figura 22, vamos a tomar el triángulo formado por el origen O y los vértices del triángulo original A y C, que tocan la superficie de la esfera, obteniendo el triángulo OAC.

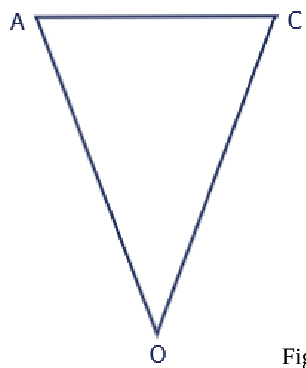


Fig. 23

Pero la arista AC del triángulo está dividida en tres segmentos iguales por los puntos F y G, los cuales también fueron proyectados hasta tocar la superficie de la esfera (generando los puntos F’ y G’). Lo anterior se representa en la siguiente figura.

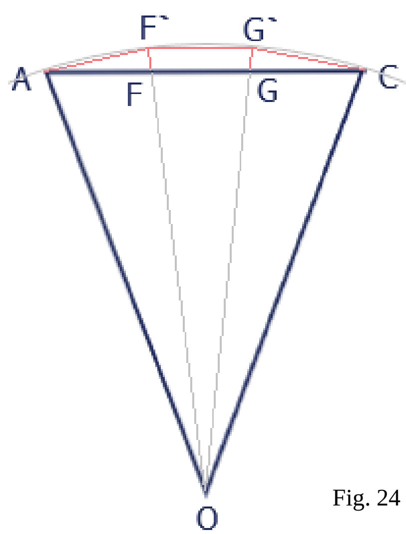


Fig. 24

Lo que haremos será buscar el valor del segmento F’G’, que representa el lado b de uno de los triángulos (ver figura 20).

Trazaremos una línea desde el centro O hasta el punto medio del segmento AC. Esta recta se llamará OU.

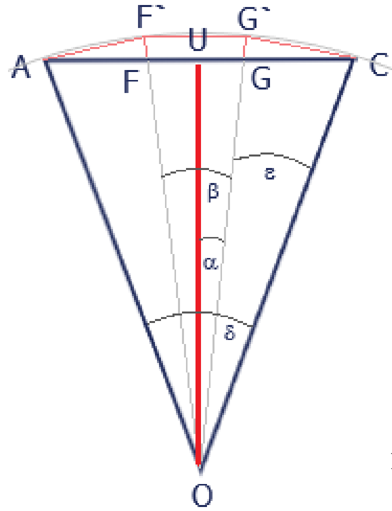


Fig. 25

De cálculos anteriores, sabemos que el segmento AC es igual a: 1,05146222, por lo que UC = 0,52573111 (1,05146222/2)

Además, GC = AC/3 = 0,35048740

Luego UG = UC - GC = 0,52573111 - 0,35048740 = 0,17524371 y OU = 0,850650803 (obtenido cuando calculamos los *fc* para la frecuencia 2)

Conocidos los lados OU y UG del triángulo OGU podemos encontrar el ángulo α.

tan α = cateto opuesto/cateto adyacente = 0,17524371/0,850650803

tan α = 0,206011338 => α = tan^{-1} 0,206011338

α = 11,64 y β= 23,282 (α x 2)

Conocido el ángulo β, podemos aplicar la fórmula para encontrar el *fc*.

fc = 2xSen(ángulo opuesto/2)

Para este caso sería:

F'G' = 2xSen(23,28/2) = 0,403523489

Por lo tanto, el *fc* para la arista b (de la figura 20) es 0,403523489

Ahora buscaremos el *fc* de la arista "a".

Sabemos que el *fc* del segmento AC es 1,05146222 (obtenido cuando calculamos el *fc* para la frecuencia 1)

Entonces, calculamos el ángulo δ de la figura 25.

$$\delta = 2sen^{-1}\left(\frac{1,05146222}{2}\right) = 63,43°$$

De la figura 25, podemos deducir que 2∈ = δ - β

Entonces ∈ = (63,43 - 23,28)/2 = 20,077474

Ahora aplicamos la fórmula para calcular el *fc*, ya que conocemos el ángulo.

fc = 2xSen(∈/2) = 0,348627910

Por lo tanto, el *fc* para la arista formada por el segmento G´C y que corresponde a la arista a de la figura 20 es 0,348627910.

Finalmente calcularemos el *fc* de la arista c de la figura 20.

De la figura 25, conocemos los valores de UG y OU, 0,17524371 y 0,850650803 respectivamente. Por lo que, al aplicar el teorema de Pitágoras, podemos obtener el valor de OG.

$$OG = \sqrt[2]{0{,}850650803^2 + 0{,}17524371^2} = 0{,}868514327$$

Luego, tomemos la figura 20 y calculemos el valor de c de la sección destacada en rojo más abajo.

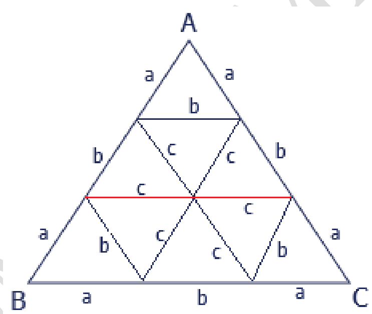


Fig. 26

De la figura anterior podemos decir que 2c (segmento en rojo) es igual a 2xAC/3 = 0,700974813

Luego, tomaremos la figura 22 (que corresponde a la proyección de la figura 20 en la superficie de la esfera), y proyectaremos en el plano la figura formada por O G’ J’ E’.

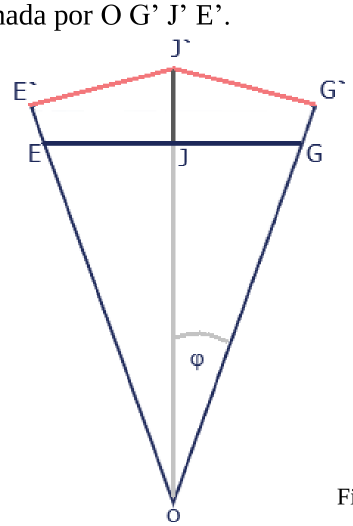


Fig. 27

Conocemos el valor de OG (calculado recientemente)

Además, conocemos el valor del segmento EG, que es lo mismo que 2c (el cual acabamos de calcular).

Dado esto podemos calcular el valor del ángulo φ, aplicando fórmula del Seno.

EG = 0,700974813 y entonces JG = EG/2 = 0,3504874065

Entonces Seno φ = 0,3504874065/0,868514327 (Cateto opuesto/Hipotenusa)

Sen φ = 0,403548215

$\varphi = sen^{-1} 0{,}403548215$

$\varphi = 23{,}8°$

Conocido el ángulo, ahora podemos calcular el *fc* de G'J', utilizando la fórmula: *fc* = 2xSen (Angulo opuesto/2)

fc =2xSen (11,9)

fc = 0,41240837

Por lo tanto, el *fc* de c es 0,41240837

Hemos demostrado como calcular los *fc* para un domo de frecuencia 1, 2 y 3. Como podrán haber visto, el número de aristas aumenta si la frecuencia aumenta, y mientras mayor es la frecuencia más "suave" será la curvatura del domo.

Podríamos estar infinitamente calculando los *fc* para mayores frecuencias, ya que la subdivisión de la arista de un triángulo es infinita, pero creemos que, con este aprendizaje, y usando las mismas mecánicas matemáticas y trigonométricas, podrán seguir calculando los *fc* para mayores frecuencias.

Ángulos

Hemos aprendido como calcular los *fc* (factores de coordenada), los cuales, al ser multiplicados por el radio de la circunferencia, nos entregan la medida de las aristas de los triángulos.
La circunferencia y también los domos están compuestos por distintos tipos de triángulos (equiláteros, isósceles y escalenos) de distintos tamaños y, por tanto, distintos ángulos interiores. Además, también debemos generar otro tipo de ángulo que va creando la curvatura a la estructura, y este es el que se forma entre la arista del triángulo y el origen de la esfera.

En esta sección estudiaremos ambos tipos de ángulos y aprenderemos cómo calcularlos.

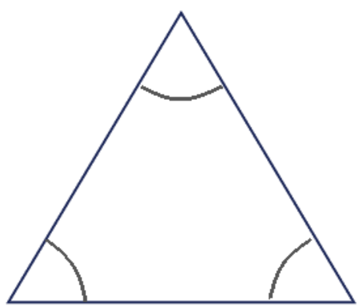


Fig. 28

Ángulos internos

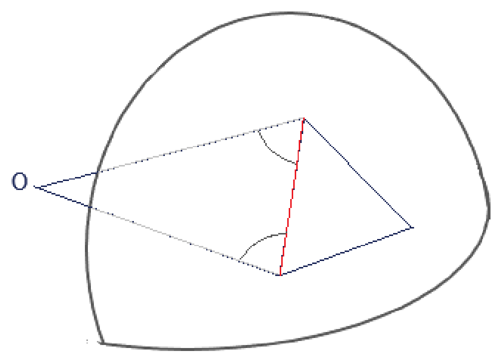


Fig. 29

Ángulos arista - origen

Ángulos internos

Para el cálculo de los ángulos tomaremos un domo de frecuencia 4, el cual es de los más usados en construcciones.

Consideraremos sus *fc*, los cuales tienen los siguientes valores:

Arista	*fc*
a	0,25318459
b	0,29524181
c	0,29453084
d	0,31286893
e	0,32491969
f	0,29858813

Previamente calculamos los *fc* sólo hasta la frecuencia 3, la cual tenía 3 tipos de aristas. En el caso de la frecuencia 4 aumenta a 6 aristas.
Revisemos entonces el patrón de un triángulo base con frecuencia 4.

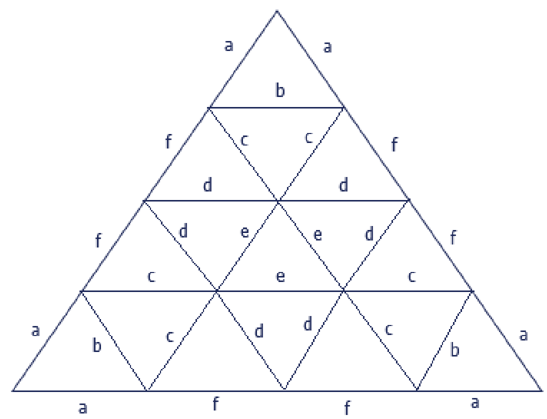


Fig. 30

Como verán en la figura 30 se generan todo tipo de triángulos: equilátero (eee), isósceles (aab, ccb, dde) y escalenos (cdf).
Para el caso de los equiláteros es fácil, ya que sus tres ángulos interiores son iguales y la suma de los ellos será 180°, por lo que el ángulo interior de cada vértice será: 180°/3 = 60°.

Para el caso de los isósceles dependerá del largo de las aristas, pero la forma de cálculo será la misma para cualquier de este tipo, y se realizará de la siguiente manera.

Tomaremos como ejemplo el triángulo aab. Recuerden que todos los cálculos los hacemos considerando el radio igual a 1).

Trazamos la altura h del triángulo con base “b” y lados “a”.

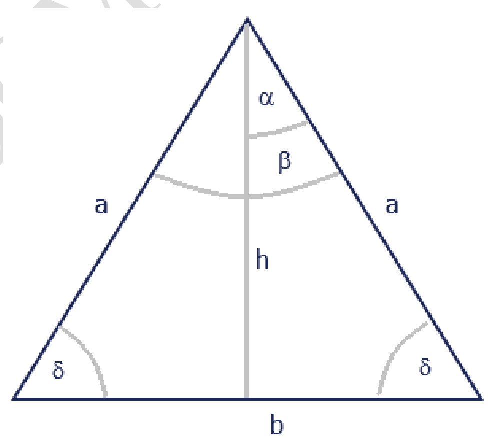


Fig. 31

Conocemos las medidas de los lados del triángulo, ya que conocemos los *fc* y estamos trabajando con el supuesto de radio igual a 1. Por lo tanto:

Medida de arista a: 0,25318459
Medida de arista b: 0,29524181

Lo que haremos, será calcular el valor del ángulo α.

Sabemos que Seno α = Cateto opuesto/Hipotenusa, donde Cateto opuesto es igual a b/2 (0,14762091) e Hipotenusa es igual a la arista a (0,25318459).

Seno α = 0,14762091/0,25318459 = 0,58305645

$\alpha = sen^{-1}$(0,58305645)

$\alpha = 35{,}66°$

$$\beta = 2\alpha = 71{,}32°$$

Luego, sabemos que la suma de los ángulos interiores de un triángulo dan como resultado 180°. Por este motivo, restamos el ángulo recién encontrado.

180° - 71,32° = 108,68°

$$2\delta = 108{,}68°$$

$\delta = 54{,}34°$

De esta forma hemos encontrado los ángulos interiores para el triángulo isósceles aab. Esta mecánica se deberá aplicar para calcular los ángulos interiores del resto de este tipo de triángulos.

Finalmente debemos calcular los ángulos interiores de los triángulos escalenos. Para esto tomaremos el triángulo cdf de la figura 30 y nombraremos sus ángulos: $\alpha, \beta\ y\ \delta$, como se ve en la figura 32.

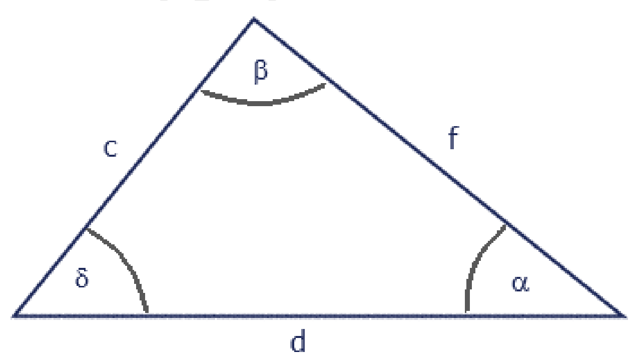


Fig. 32

Para poder encontrar los ángulos internos aplicaremos la ley del coseno, ya que conocemos las medidas de las aristas del triángulo. Recuerden que, al saber los fc y tener un radio de medida 1, conocemos los valores de las aristas. Por lo tanto:

Medida arista c: 0,29453084
Medida arista d: 0,31286893
Medida arista f: 0,29858813

La ley del Coseno se define como: $c^2 = d^2 + f^2 - 2df\ Cos(\alpha)$

Despejamos α:

$\alpha = Cos^{-1}[c^2 + d^2 + f^2 / -2df]$

$\alpha = Cos^{-1}(0{,}53679379)$

$\alpha = 57{,}53°$

Aplicamos la misma ley del Coseno para los otros lados del triángulo:

$d^2 = c^2 + Ff^2 - 2cf\ Cos(\beta)$

$\beta = 63{,}66°$

$f^2 = c^2 + Dd^2 - 2cd\ Cos(\delta)$

$\delta = 58{,}79°$

Podemos comprobar sumando $\alpha, \beta\ y\ \delta$: 57,53 + 63,66 + 58,79 = 180

Ángulos arista - origen

Tomaremos el mismo triángulo de la figura 31 de lados aab. Este triángulo toca en sus vértices la superficie de la esfera. la Podemos trazar dos líneas rectas (que equivalen al radio de la circunferencia) que unen el centro de la esfera con los vértices de la arista a del triángulo.

Nos enfocaremos entonces, en calcular los ángulos α y β como se ve en la siguiente figura.

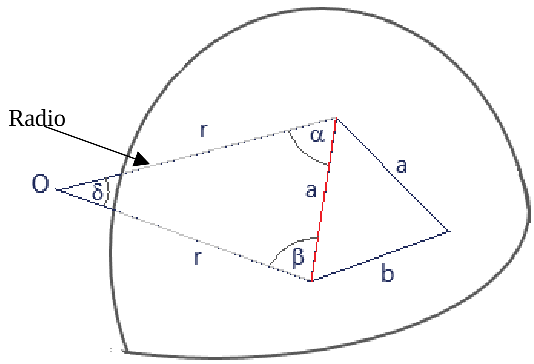


Fig. 33

NOTA IMPORTANTE: Los ángulos α y β son iguales y siempre lo serán para una misma arista.

Sabemos que el triángulo rra es isósceles, por lo que encontrando el ángulo δ será fácil calcular α y β, ya que estos dos últimos son iguales.

Entonces aplicaremos una definición que hemos usado anteriormente:

fc = 2Sen(δ/2)

Sabemos que la medida de a es 0,25318459 (de la tabla de la sección Ángulo Interno).
Entonces: $0{,}25318459 = 2sen\left(\frac{\delta}{2}\right)$

$$\delta = 2[Sen^{-1}(\frac{0{,}25318459}{2})]$$

$$\delta = 14{,}54°$$

Entonces $\alpha + \beta$ = 180 - 14,54 = 165,46

Pero $\alpha = \beta$ => 2α = 165,46 => α = 82,73 = β

Entonces, el ángulo formado por la arista "a" con el centro de la circunferencia es de 82,73°.

Esto mismo lo aplicamos para cada una de las aristas y obtendremos los ángulos que forman cada uno de los lados con el centro de la circunferencia. El ángulo variará solo por las distintas medidas del largo de la arista.

Nos introdujimos en el mundo de la geodesia. Comenzamos con figuras básicas que fuimos complejizando para poder entender cuál es la lógica que hay detrás de la construcción de esferas o domos basados en figuras triangulares.

Aprendimos que, mientras mayor es la frecuencia, más triángulos compondrán la figura y, por lo tanto, tendremos más aristas y triángulos de distintas dimensiones.

También aprendimos que existen los *fc* (y los calculamos), factores que dependerán de la frecuencia, y que, multiplicados por el radio, nos dan las medidas de las aristas de los distintos triángulos.

Por último, conocimos dos tipos de ángulos: los interiores que, también, a través de un caso práctico, pudimos observar cómo se deben calcular estos según el tipo de triángulo (equilátero, isósceles o escaleno); y los ángulos que forman las aristas con el radio que nace en el centro de la circunferencia.

Con lo aprendido anteriormente, debiésemos ser capaces de poder realizar los cálculos para obtener las medidas de las aristas, ángulos interiores y ángulos arista-centro, que nos permitirán construir un domo geodésico.

Finalmente, les dejo un resumen con los *fc* para distintas frecuencias, ángulos interiores y ángulos arista-centro; para que puedan verificar sus propios cálculos o para quienes ya hayan tenido suficiente con los cálculos puedan comenzar a diseñar su domo utilizando el resumen que a continuación les dejo:

Frecuencia 1V							
Arista	Factor	Medida Arista	N° de aristas		Angulo	Comp. Ang.	Angulo
			Domo	Esfera	arista-origen	arista-origen	interior
a	1.05146	1.05146	25	30	58.3	31.7	60.0

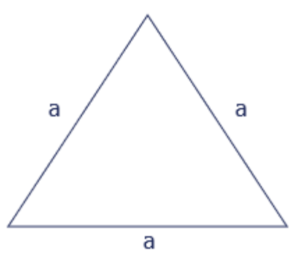
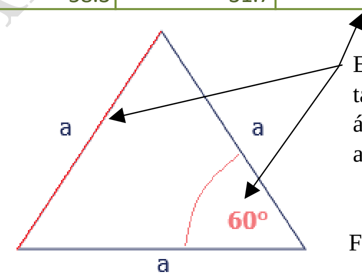


Fig. 34



El ángulo interior de la tabla corresponde al ángulo opuesto a la arista.

Fig. 35

Frecuencia 2V								
Arista	Factor	Medida Arista	N° de aristas		Angulo	Comp. Ang.	Angulo	Angulo
			Domo	Esfera	arista-origen	arista-origen	interior	interior
a	0.61803	0.61803	35	60	72.0	18.0	abb 68.9	aaa 60.0
b	0.54653	0.54653	30	60	74.1	15.9	55.6	

Podrán observar que para la arista "a" hay dos medidas de ángulos interiores, esto se debe a que la arista "a" es parte de dos triángulos: abb y aaa, siendo uno isósceles y el otro equilátero.

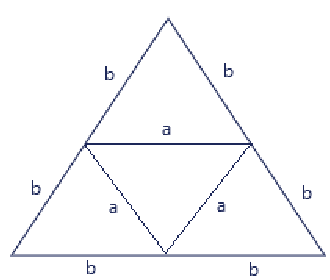


Fig. 36

Frecuencia 3V									
Arista	Factor	Medida Arista	N° de aristas			Angulo arista-origen	Comp. Ang. arista-	Angulo interior	Angulo interior
			3/8	5/8	Esfera				
a	0.34862	0.34862	30	30	60	80.0	10.0	54.6	
b	0.40355	0.40355	40	55	90	78.4	11.6	aab 70.7	bcc 58.6
c	0.41241	0.41241	50	80	120	78.1	11.9	60.7	

En este caso, pasa lo mismo con la arista "b", esta se utiliza para dos triángulos y por eso hay dos ángulos interiores para esta arista.

Además, podrán ver que en la parte "N° de aristas" no está la categoría "Domo", si no que está "3/8" y "5/8", esto se debe a que para este tipo de frecuencia no se genera una partición exactamente en la mitad de la esfera, si no que se puede partir la esfera a los 3/8 de su circunferencia o a los 5/8 de esta. Ver figura 38.

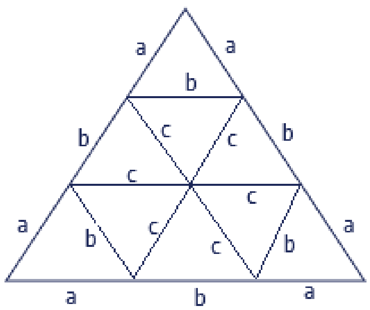


Fig. 37

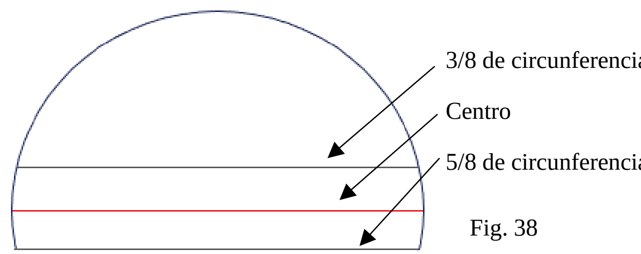


Fig. 38

Frecuencia 4V								
Arista	Factor	Medida Arista	N° de aristas		Angulo arista-origen	Comp. Ang. arista-origen	Angulo interior	Angulo interior
			Domo	Esfera				
a	0.25318	0.25318	30	60	82.7	7.3	54.3	
b	0.29524	0.29524	30	60	81.5	8.5	aab 71.3	bcc 60.2
c	0.29453	0.29453	60	120	81.5	8.5	bcc 59.9	cdf 57.5
d	0.31287	0.31287	70	120	81.0	9.0	cdf 63.7	dde 58.7
e	0.32492	0.32492	30	60	80.7	9.3	eee 60.0	dde 62.6
f	0.29859	0.29859	30	60	81.4	8.6	58.8	

Para la frecuencia 4 hay más aristas compartidas, en este caso las aristas: "b", "c", "d" y "e" son aristas compartidas para más de un triángulo y por eso tiene dos medidas de ángulos interiores.

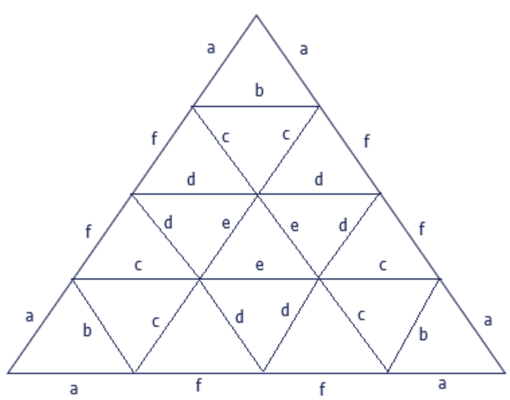


Fig. 39